

Quelques modèles mathématiques déterministes en sciences du vivant

Thomas Giletti

Dans cette UE, on s'intéressera à des modèles mathématiques déterministes (équations différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles) pour les sciences du vivant, et en particulier au rôle de la diffusion. Ces modèles permettent de reproduire et décrire un certain nombre de phénomènes observables, tels que la convergence d'une densité de population vers un état d'équilibre ou une solution périodique, l'apparition de fronts d'invasion en écologie, ou encore l'émergence de motifs en biochimie.

On adoptera une approche à la fois théorique (caractère bien posé des modèles et existence de solutions particulières significatives) et numérique (stabilité empirique des solutions et robustesse des phénomènes observés). Les trois thématiques suivantes seront abordées:

- Systèmes d'équations différentielles en dynamique des populations: équations scalaires (croissance malthusienne ou logistique), et systèmes (coopération, compétition, proie-prédateur...).
- Equations scalaires de réaction-diffusion: celles-ci permettent de représenter des invasions écologiques ou épidémiologiques. En effet, elles admettent des solutions particulières de type front progressif, c'est-à-dire qui se déplacent à travers l'environnement avec une vitesse constante.
- Formation de patterns de Turing: pour des systèmes de réaction-diffusion de type activateur-inhibiteur, la diffusion peut jouer un rôle contre-intuitif et provoquer l'instabilité d'un état d'équilibre. Ce mécanisme a été suggéré par Alan Turing comme une explication plausible de la morphogénèse.

Trois courtes séances de cours seront consacrées aux outils d'analyse mathématique utiles à chacune de ces thématiques. Les références [1, 2] seront également fournies aux étudiants pour appréhender les questions de modélisation. Les étudiant(e)s pourront ensuite travailler sur des problématiques qui leur seront proposées.

References

- [1] Murray, J.D., *Mathematical biology: I. An Introduction*. 2002 (3rd Edition). Interdisciplinary applied mathematics, vol 17. Springer.
- [2] Murray, J.D., *Mathematical biology: II. Spatial models and biomedical applications*. 2002 (3rd Edition). Interdisciplinary applied mathematics, vol 18. Springer.